

〈原著論文〉

モンテッソーリ教育における自ら発見する算数

Self-discovering Arithmetic in Montessori Education

早田 由美子¹

要旨

日本における算数・数学嫌いと不利な立場の子どもの算数・数学における格差という問題に対して幼児教育の役割を考えるために、就学前から小学校へと続くモンテッソーリの算数教育の特徴を、*Psicoaritmética* (算数心理) を基に幼児期を中心に考察し、以下のことが明らかになった。

モンテッソーリは、人間は数学的心を持つという人間観に立ち教育を構築した。幼児期における算数体験は、日常生活の練習や感覚練習における比較・分類活動を経て行われる。数量や形の特性と法則性を自ら発見することにつながる幼児期児童期を通しての教具体系がある。教具は「算数の要素を具体的な方法で示し」たもので「算数は頭で理解する前に常に発見すべきもの」、「手で気づくべきもの」という考え方が反映されている。それらを用い「組み合わせ」、「分解」、「比較」等の活動を、興味を持って自分のペースで行うことで、自分なりの発見と喜びにつながることや具体物を通して得た明確な理解が土台となり、後の抽象的な頭脳の働きにつながることで長年の研究の中で確認されている。

abstract

In order to consider the role of early childhood education in relation to the problem of math dislike and disparity in mathematics among disadvantaged children in Japan, We examined the characteristic of Montessori's early childhood math education.

Montessori constructed education based on the idea that humans have a mathematical mind. Arithmetic experience is conducted after experiences of comparison and classification in daily life practices and sensory practices. The system of teaching materials throughout infancy and childhood leads to self-discovery of the characteristics and laws of quantity and shape. It has been shown that by doing activities such as "combination", "decomposition", and "comparison" using these materials with interest at their own pace, it will lead to their own discoveries and joys and that the clear understanding gained through concrete objects leads to later abstract functions.

キーワード：モンテッソーリ、不利な立場の子ども、算数教育、幼児期から児童期、発見の喜び
Montessori, disadvantaged children, math education, from infancy to childhood,
joy of discovery

はじめに

近年、日本における子どもの貧困が問題になっている。子どもの貧困や不安定な家庭の状況は心身および知的発達面で様々な不利を生じさせ、学びを支える基礎的学力の構築の問題も生じさせる場合がある。

一方、日本における数学教育の問題として、算数や数学を楽しみと思う児童生徒が国際平均を下

回っているという問題がある。国際数学・理科教育動向調査 (TIMSS2019) において、「小学校算数、中学校数学及び中学校理科について「勉強は楽しい」と答えた児童生徒の割合は、国際平均を下回っている¹。成績は低くないのだが、楽しいと思っていないことが明らかにされている。

以上のような、家庭環境の格差による就学後の学力格差と楽しくない算数という2つの問題に対して、幼児教育が1つの重要な役割を果たすので

1 Yumiko HAYATA 千里金蘭大学 教育学部 教育学科

受理日：2023年9月1日
査読付

はないかと考える。

本研究では、幼児期教育における算数がどのようにあるべきかを探る。特に、「発見する喜び」や「気づく喜び」にあふれていると評価されている²モンテッソーリ算数教育を通して算数教育のあり方を模索する。

<方法>

まず、日本の算数教育の現状と幼児教育における算数教育の変遷とモンテッソーリの算数教育に関する先行研究の概要をまとめる。

次に、モンテッソーリが自身の算数教育の集大成と位置付けている未邦訳の*Psicoaritmética* (算数心理)³ (1934,1971,2013)を中心に、幼児期から児童期に続く算数教育がどのように位置づけられているか全体像を概観するとともに、幼児期の算数教育の内容について整理する。さらに、その後の著作において算数教育の内容や子どもの様子がどのように書かれているかについて明らかにする。さらに、海外のモンテッソーリ教育における幼児児童の活動の様子を考察する。それらを通してモンテッソーリ算数教育の特色を明らかにし、就学前の算数体験のあり方について考える。

1. 算数分野のつまずき

まず、日本における算数教育の現状と変遷について考察する。

(1) 経済的困難と算数

算数の分野において、家庭環境の格差や幼児教育との関係に注目した岩崎・渡辺 (2019)⁴は、算数入門期の子ども「つまずき」と幼保小の接続の課題を取り上げている。

「経済的困難がある子どもは家庭での生活体験の不足という問題がある」。さらに、算数は「現実世界を算数・数学の世界に置き換えて解釈し解決すること」であるため、「就学前生活や体験から得られた「数・量の感覚」が「数・量の概念」形成に大きく関係することに注目する必要がある」と指摘し⁵、幼児期における生活や体験から得られた数量に関する感覚が児童期の数量の概念形成に関係するとしている。さらに、「幼児期に体験してきたインフォーマル算数を基盤にすることで、具体物から半具体物を介して論理的に深化していく」⁶として、幼児期における数量図形に関するインフォーマルな体験が小学校でのつまずきを減少させる可能性がある⁷と示している。

榊原 (2014) は、幼稚園の年長児を対象に、保

育者主導の216の保育活動を分析した。そのうち数量活動は半数を占めていたこと、また、保育者は「体系だった数量指導に頼らずに数量の要素を日常の保育活動に埋め込む形で幼児の数量理解を援助している」⁷ことを明らかにした。すなわち、幼稚園での数量活動は、多くが日常の保育活動に埋め込む形で実施されていることが浮き彫りになっている。

先行研究では、就学前の数量体験の重要性が指摘されているとともに、インフォーマル算数が主流であることが明らかにされている。

幼児期における生活に埋め込む形の算数体験、すなわち、インフォーマル算数は楽しく経験でき、思考力や判断力などの形成にも良い影響を与えると考えられる。一方、指導者の力量や状況の相違によって子どもの経験内容を左右し、経験知の差が大きくなるという懸念も生じる。家庭環境等で不利な状況にある子どもの就学後の不利が改善されるためには、幼児期にも無理なく平等に系統的に算数分野の体験もできることが重要であると考えられる。

(2) 幼稚園創設期の算数教育

我が国の歴史を振り返ると、幼児が算数の系統性に触れることを重視していた時期があった。

フレール⁸の思想と方法の導入期である明治13年 (1880年)、大阪市に設立された愛珠幼稚園の時間割⁸からは、1週間に、読み方3回、書き方3回、数え方2回、恩物の積み木を用いた活動、修身話、庶物語、唱歌、画き方、遊戯、体操、自由遊戯を実施し、さらに、織り紙、刺し紙、摺り紙、折り紙などの紙を用いた活動や豆細工なども行われていた。数え方の時間が週に2回30分ずつ確保されているのに加え、恩物の積み木を使用して図形的な感覚も自然に醸成しようとしているのが読み取れる。つまり、数と図形の教育を、一定の時間を取って行っていたことが分かる。しかし、この流れは徐々に変化し、遊び中心の保育に代わっていく。

(3) 数学教育の<現代化>

戦後にも幼児期の算数教育の位置付けが高まった時期があった。

福元 (2016) は、戦後、行われた数学教育の<現代化>に注目し、1951年には「公的な教育課程において、幼稚園の数学的な教育は初めて小学校の算数教育に連なるものとして位置付けられた」と指摘している⁹。1958年の幼稚園教育要領では、新しく設定された6つの領域の1つに「自然」が

おかれた。「自然」には4つのねらいがあり、その中の1つは、「4. 数量や図形などについて興味や関心をもつようになる」である。さらにその中で示されている観点は以下の7つである。①量の大小②分類する、整理する③数える、順番を言う④長短、広い狭い、速い遅い⑤丸、四角などの特徴⑥前後、左右、遠近などの位置関係⑦時刻¹⁰。

また、「望ましい経験」には上記の7項目に加え、「物の接近・方向・高低」「軽重や度量」を比べることが明記された¹¹。

幼稚園教育と小学校教育の一貫性が認識される流れを受けて、幼小の一貫性に関する研究論文や研究発表が1970年代に急激に増えている¹²。福元は「少なくとも現代化は、数学教育に保育を位置付けた重要な契機であったと言えるのではないか」¹³と指摘している。

しかし、この流れも、1980年代になると減少し、現代の幼稚園教育要領には、保育の現代化（幼小の一貫性の推進）が行われた時代ほど、数量に関する内容が詳しく書かれていない。算数の幼児教育における位置付けはこのように時代によって変化していることが分かる。現在は、数量図形の内容の積極的な位置づけが減少し、インフォーマル算数が主流であるため、保育者の力量によって子どもが学ぶ内容の格差が生じることや家庭環境による格差が広がることが懸念される。

2. モンテッソーリ算数教育の先行研究と実践

モンテッソーリ算数教育はどのような理念・内容で実施されているのであろうか。日本における研究と実践を見ていく。

石井・岩田（1979）は、モンテッソーリの幼児期における算数分野の目標、教具の内容と特色、教具の提示方法、実践例を体系的に整理しまとめている。その中で、モンテッソーリ教育の特色の1つである感覚教育における3つの操作、「対にする」(pairing)、「順序づける」(grading)、「分類する」(sorting)を取り上げ、物の大小や軽重、長短、色などを比較・分類する感覚教育が算数教育の前段階に位置付けられていることを示した¹⁴。

福原・奥山（2005,2006,2007）は「数」、「量」、「図形」の教育についての3部作でモンテッソーリ教育の5つの領域（日常生活、感覚教育、数、言語、文化）から学べることと数・量・図形に関連する教具・活動の種類、目標の関係について検討した。日常生活の練習や感覚教育、言語教育などで「直

接的・間接的準備の充分できた上で」、数量図形の領域に進むことを示している。例えば、感覚教育では、円柱差し、ピンクターナー、茶色の階段、長さの棒等の教具を用いて「子どもは身体全体を使って長くなっていく量を感じることができる」¹⁵と指摘している。また、幾何タンスや構成三角形、二項式、三項式などの感覚教具は平面図形や立体図形などの図形の理解へとつながると指摘する。

また、数・量・図形のための教具については、「子どもたちが教具を手に取り、満足するまで操作し自分の肉体の一部にすることができるよう配慮されて」¹⁶おり、教具を手で動かす作業を繰り返すことで、感覚や記憶が定着することが指摘されている。

野原・村田（2015）も様々な感覚教具が数量概念の獲得、10進法の理解、集合、幾何図形の理解、数学的思考の育成、代数教育等への間接的準備になっていることを指摘している¹⁷。

また、これらの先行研究では、モンテッソーリ教育における体系的な活動に日々のインフォーマルな体験活動が加わり数量概念の形成が強化されることが示されている¹⁸。

先行研究において、幼児期におけるモンテッソーリ教育では、日常生活の練習や感覚教育を中心に比較・分類などの活動をとおして知性の基礎を養成した上で、算数教育が導入されることが示されている。教具を用い「感覚を通しての体験が豊富にできる」ようになっており、直接的・間接的準備によって無理なく算数の世界に入り、数量図形の体感的理解が得られるようになっていくことが指摘されている。

3. *Psicoaritmetica*（算数心理）に見られる算数教育の構造

次に、モンテッソーリの言説を通して算数教育の考察を行う。

モンテッソーリは、1907年に「子どもの家」での教育実践を開始して以降、様々な分野の教育研究を積み重ねた。算数分野に関しては、最初の著作 *Il metodo della pedagogia scientifica applicato all'educazione infan-tile nelle case dei bambini*（1909）（『「子どもの家」の子ども教育に適用された科学的教育学の方法』以下『科学的教育学の方法』）¹⁹において、3歳～7歳の子どもの対する様々な教育内容の中で、算数教育の項目も設けて解説している。彼女は、その後も知見を蓄積し、1934

年には25年間の経験を基に算数教育の集大成といえる著作をスペインで刊行した。*Psicoaritmética*(算数心理)と*Psicogeometria*(幾何心理)²⁰である。前者には「25年間の経験の中で児童心理学を適用することによって発展した算数」²¹という副題がついている。この中で、就学前における算数と小学校における算数教育を俯瞰し、綿密かつ広範囲に内容を網羅し、算数教育の全体像を掲載している。

この著作は、のちに1971年にGarzanti社によってイタリア語版が、2013年にはOpera Nazionale Montessori(イタリア国立モンテッソーリ協会)によってその新装版が刊行された。さらに、2016年に英語版*Psychoarithmetic*がAMI=Association Montessori International(国際モンテッソーリ協会)によって出版された。

本稿では、イタリア語版*Psicoaritmética*(1971, 2013)を中心に考察を行う。

(1) モンテッソーリによる算数の位置づけ

モンテッソーリは、*Psicoaritmética*(算数心理)²²の序論で算数に関して次のように位置付けている²³。

「算数(aritmetica)はそれに関連するすべてのものとともに科学的な刺激となり、精神的な活動を引き起こす。教育において、算数と数理学一般は、厳密な練習によって抽象の高み(le vette dell'astrazione)に到達できるように準備し、若い人たちの心を教育するという重要な任務を担っていることは、常に繰り返されてきたことである。」

このように、算数を「抽象の高みに到達できるように準備し」「心を教育する」ための役割を持つ存在として位置付けている。

しかし、「算数の2つの重要な役割、すなわち、心の発達(la sviluppo della mente)のための手段としての算数と、必要な基礎教養(cultura necessaria e di base)としての算数は、小学校では正当に考慮されてこなかった」し、「克服するのが難しい障害、骨の折れる努力を要する困難、無味乾燥な科目として捉えられていた」として、算数が扱いたくない存在としてみなされ、本来の役割を果たしてこなかったことも指摘している。

しかし、「子どもに《明瞭》で《明確な》形で論理的活動の基礎を示すことができる《科学的に決定された教具》(materiale determinato scientificamente)を提示することによって、算数理解だけでなく、子どもたちには到達できないと考えられていた論理的な深みの発達(sviluppo di profondità logica)も容易にする。」

そして、「物事の証拠(evidenza)に基づくことで実現する綿密な分析(analisi minuziosa)と活動的な練習(esercizio attivo)によって、あらゆる細部が心理的な発達(sviluppo psichico)を導く」、「一人ひとりが自ら生き生きとした関心(con vivo interesse)を持って練習し、成長の必要性によってもたらされる内なる教え(secondo il dettame interiore)に従うことで、その進歩はそれぞれに不意にやってくる。これにより、個人はさまざまな成熟レベルに到達する。自由な選択(libera scelta)の結果、論理的かつ体系的な心の進歩が達成される」と述べている。

このように、「《明瞭》で《明確な》形で論理的活動の基礎を示すことができる《科学的に決定された教具》」、「物事の証拠に基づく分析と活動的練習」、「生き生きとした関心」、「内なる教え」、「自由な選択」、を特徴とする方法を通して得られる子どもの進歩について示した。「子どもには到達し得ないと考えられてきた論理的な深みの発達」と「論理的かつ体系的な心の進歩が達成される」ことを観察し、「算数ほど子どもを熱中させた教科はない。」として、新たな子ども観、新たな数学観を示している。

その後*Dall'infanzia all'adolescenza*(1938)(児童から青年へ)では、人格の基礎を築くことになる創造的文化は、道徳教育、数学、語学の3部門に分かれているとしたうえで、数学(matematica)の意義について次のように記している²⁴。

「数学：人間の知性は今日もはや自然の知性ではなく、数学的知性(un'intelligenza matematica)である。数学の発達と教育なしには現代の進歩は理解できないし、その進歩に参加することも不可能である。数学的教養のない精神は文字文化が支配していた時期の文字を知らない人に例えられる。自然の状態で人間の精神はすでに数学的である。正確さ、測定、比較に向かう。自然は原因の世界を人間に慎重に隠しているが、自然が人間に示す「影響(結果)」の多くは、一定の範囲内で理解することができる。数学の重要性を考えると学校では特別な方法で教え、数学の要素を具体的な方法で示すことにより明確に理解できるようにする必要がある。」

*Psicoaritmética*で、算数は「精神的な活動」「心の発達」「基礎的教養」であり、それを通して「論理的かつ体系的な心の進歩が達成される」と位置付けていたが、*Dall'infanzia all'adolescenza*では、

一步踏み込んで、人間の知性が「数学的知性」であること、「自然の状態で人間の精神はすでに数学的である」こと、現代において特に数学が重要であること、そして、「具体的な方法で数学の要素を示すことで明確に理解できるようにする必要がある」と示している。

(2) *Psicoaritmética*における算数の内容

1) 全体像

次に、モンテッソーリ自身が算数教育の集大成として位置付けている*Psicoaritmética*の構成について見ていく。

序論に加え、IからXIまでの章で構成されている。

I章はA.就学前の算数とB.小学校における算数から成る。

I章の目次を示すと次の通りである。

A. 就学前の算数（最初の10を限度として）

1. つながっている単位教具・数の棒
2. 個別の単位教具

紡錘棒

玉（10枚の数字カードと玉）

B. 小学校における算数（10進法から始める）

1. 十進法の導入
2. 十進法への2つの並行練習
 - a. 10から他への移行：セガン板
11から19までの数、最初のセガン板用語、その他の練習問題、11から99までの番号付け、第二のセガン板
 - b. 10から次の10への移行－連続数－
正方形の線状分解：100の鎖
立方体の線状分解：1000の鎖
3. 10進法と並行したその他の練習問題
 - a. 足し算暗記：へびあそび、数の棒の表、チェック表：練習問題、その他の表
4. まとめ
5. 大きな数を使った算数演算
 - a. 足し算
 - b. 掛け算
 - c. 引き算
 - d. 割り算 1桁の除数による割り算
2桁以上の除数を持つ割り算
 - e. 並行練習：金ビーズを使わない大きな数の足し算：

6. 算数の問題

7. さらなる調査-掛け算の分析

- a. 特徴
- b. 被乗数と乗数の違い

c. いくつかの性質

d. 並列演習：暗記、組み合わせの暗記、ピタゴラスの表、単純化された表の構成

II章以降も詳細な目次があるが大見出しのみ記す。

II. 位取り、III. 割り算、IV. 割り切れる数、倍数、累乗、V. 掛け算ゲーム、VI. 代数、VII. 平方根、VIII. 立方根、IX. 上級代数、X. メートル法、XI. 比と比例－数量間の比例関係 から成り立つ。

全体から見ると、本書の中で、就学前の算数の内容はI章の中のAのみに留められている。また、一方、I章のB. 小学校に置ける算数と括られている内容の中には、今日、モンテッソーリのクラスで、就学前に使用されている内容もある。また、II章以降では、一般的には中等教育で扱われる内容も含んでおり、幼児期から中等教育の時期までの長いスパンで内容が配置されている。

2) 就学前の算数の内容

A. 就学前の算数には、就学前における算数の学習について内容を取りまとめている²⁵。これを基に内容を明らかにしていく。

この内容は最初の著作『科学的教育学の方法』（1909）で記載されている内容と被っている部分がある。『科学的教育学の方法』における算数の章は、金銭の両替、長さの棒、砂数字カード、ゼロの練習、数字の記憶と物集め、数の棒による10の形成、2で割り切れる数＝偶数、10以上の計算から構成されている²⁶。

一方、*Psicoaritmética*（算数心理）の中では、「算数を学習するために子どもたちに最初に示す教具」を大きく3つに絞って取り上げている。

第1は、数の棒（le aste numeriche）（Fig. 1（赤い棒のセット＝「長さの棒」、赤と青の棒セット＝「数の棒」）である。第2は紡錘棒（Fig. 2）、第3は10枚の数字カードと玉（Fig. 3）である。

これらを用いた一連の作業によって、算数の基本的概念が自然に習得できるようになっている。

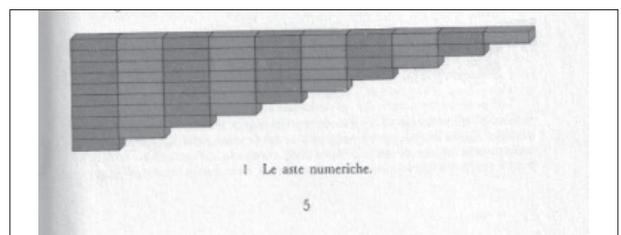


Fig. 1 数の棒

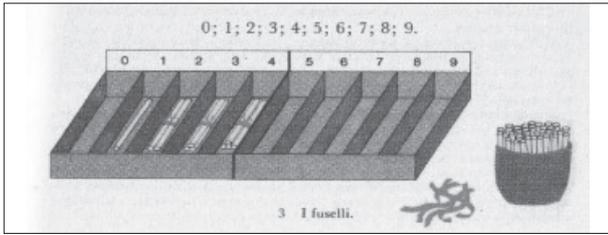


Fig. 2 紡錘棒

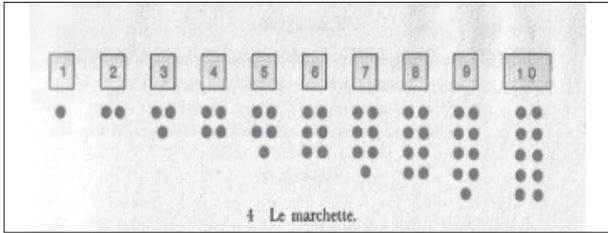


Fig. 3 玉 (マルケッタ)

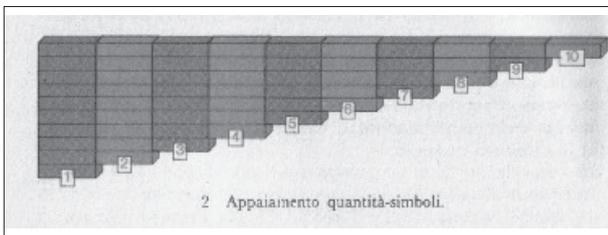


Fig. 4 数量のペアリング

「第1段階では、「物体そのものの表現（量と数字記号）(quantità e simboli numerici) が与えられる。第2段階では、各記号 (simbolo) に対する量 (quantità) が問われる。第3段階では数字の並び (successione dei numeri) とそれに対応する量 (quantità) の両方が問われる。」²⁸とモンテッソーリは各段階の役割をまとめ、本書ではこの3つの段階が就学前の算数の基本的内容であると位置付けている。

この3つの内容について詳しく見ていく。

第1段階 (Fig. 1) は、量 (棒の長さ) を比較することにより量の相違を理解する。さらに、量 (棒の長さ) に対応した数字 (砂数字) をなぞったり、数字カードを置いたりすることで量 (長さ) と数字 (数詞) の関係を理解する。(Fig. 4)

ここで使用される10を上限とする第1の教具「数の棒」は次のように説明されている。

「算数を学習するため、我々が子ども達に示す最初の教材は、断面が2.5cmの正方形の直角柱の形をした10本の棒のセットで構成されている。最初の棒（「1」を表す）の長さは10cmである。次の棒は10cmずつ徐々に長くなり、10本目の棒では1mに達する。」

最初の棒は青であり、次の棒から青赤が交互に10cmずつ塗られている。

「すべての棒が青い部分から始まり、各整数を構成する異なるユニットの色が、連続的に明確に差を示していく。」

ここで算数学習に入る前に子どもが体験する「長さの棒」について触れている。すべてが同じ赤色からなる棒のセット「長さの棒」は、「少し前の時期、感覚教育を行う時期の子どもたちに長く使われる。小さな子どもたちは、棒の長さの違いを一目で見分けることに慣れている、このようにして、長さが均一に長くなることを、棒を隣り合わせに並べながら確認する。このような感覚練習を行う子どもは3歳である」と述べている²⁹。

「長さの棒」は算数練習というより感覚練習として使用され、数字と対応せず、手に取った感覚で「長い」「短い」を比較して並べ活動を行う。長さの比較や組み合わせに感覚的に慣れたあと、数の棒に進むようになっている。

そして、「数の棒を使い始める、より大きな子どもは、少なくとも4歳半になっている」としている。

彼らは、「文字が書けるか、少なくともアルファベットを知っていて、単語を作ることができる」し、「家族の中で、数を数えたり、数を聞いたりしたことがある。100や1000といった大きな数を口にするが、頭の中では対応する数量の明確な考えはない。その代わりに、鼻があること、手が2本あること、両手の指が5本あることなどを知っているため、小さな数字の対応関係をはっきりと認識する。一略-10を上限とする数の棒では、何かを明らかにしようというのではなく、経験的に獲得された曖昧な概念を整理し、正確なものにする (ordinare e precisare concetti vaghi e acquisti empiricamente) だけである。」³⁰

「数の棒」は「経験的に獲得された曖昧な概念を整理し、正確なものにする」ことが目的であるが、その他にもこの教材の意義は多く述べられている³¹。

「数の名前との関係で、対応する量が厳密で明確な形で配置されているという事実は、単位の概念及び単位間の関係のように異なる量の間の相互関係の理解を容易にする。」「実際、段階的に配置された棒は、単に数を数えるためだけのものではなく…数字で示された様々な量と相互的な位置を示している。」「名前を言う間、書くという意味で繰り返し触れられる。1, 2, 3…。こうすることで、数字とその名前の形が記憶に刻み込まれると同時に、それぞれの記号を再現したり、書き留めたりする練習にもなる。」「順番に並べられた一

連の棒から組み合わせ、分解、比較 (attività di composizione, scomposizione, comparazione) などの活動を導き出すこともできる。」「シンプルで正確な素材 (un materiale semplice ed esatto) を使うことで、知性 (l'intelligenza) が発達し、新たな発見 (nuove scoperte) につながる」。

この教具を用いた活動によって、数と量の関係、単位間の関係、数と量の相互的位置、数字と数詞の対応、数字の書き方などが自然に身につく。「組み合わせ」、「分解」、「比較」といった活動があり、「知性が発達」し、「新たな発見につながる」活動であることが示されている。

ただし、幼児には、複雑化を避けるために10以上の数にならないような工夫や配慮がなされている。

「すべての組み合わせが10の制限内で行われること、つまり、最長の棒を超えないことである。これは進歩よりむしろややこしさをもたらす可能性があるからだ」と述べている³²。

具体的な事例で見てみよう。

「異なる棒が組み合わされるたびに足し算が行われ、この合計が分解されるたびに引き算が行われることは明らかである。

2本の棒をつなげると、もう1本の長い棒の長さになることを見つけると興味が沸く。

例えば、 $4 + 3 = 7$ を原点に戻すと、次のようになる。 $7 - 3 = 4$ または $7 - 4 = 3$ 」

「全シリーズで行われるこれらの最初の練習のうち、最も明確なもののひとつは、次のものである。9の隣に1を、8の隣に2をというように配置することを続けていき10になるあらゆる組み合わせを作るということである。

$$9 + 1 = 10$$

$$8 + 2 = 10$$

$$7 + 3 = 10$$

$$6 + 4 = 10$$

これら4つの組み合わせのほか、10と5の棒が残る。」³³

棒の組み合わせによって様々な発見が生まれる。組み合わせると自然に足し算となり、分けることで引き算となる。単に数と量を対応させるためだけでなく、自分で棒を様々な組み合わせながら、数の世界の深さ、面白さに触れ、自分なりの様々な発見につながるように考えられていることが理解できる。

一方、この棒は、先々、メートル法とつながり、また、1から10までの和から、1からnまでの和を表す代数式につながることも考慮されている。

「精神的な発達と文化的な獲得 (lo sviluppo mentale e le acquisizioni culturali) によって幼児期には気づかなかったことを発見し利用できるようになることは明らかである」³⁴と述べて、幼児期以降の算数教育で発揮するこの教材の奥深さも示唆している。

第2段階 (Fig. 2) は、あらかじめ順番に並べられた数字に対応する量 (紡錘棒) を各区画に納めることで、数と量の関係を理解する内容となっている。記号 (シンボル) と量を0から9までの順に学ぶ。ゼロの概念も学ぶ点もポイントであり、ゼロに対応する最初の空間には何も入れず空のままにしておくという点に工夫と面白味がある。「子どもは数字を認識し、一人で必要な単位をグループにしてそれを表す。」「教具は、数の棒のように量ではなく、箱の上部に書かれた数字標記を出発点として子どもに提供する。」などの過程が示されている。

この活動は、第1段階の「数の棒で得た経験を証明するもの」として位置付けられている³⁵。

第3段階 (Fig. 3) は、シャッフルされた数字カードを順番に並べ、さらに、数字に対応した量 (玉、札、人形など様々なもの) を置く内容である。数字の並びと対応する量の両方の理解の確認にもなる。

また、物を2つずつ並べるなどして「本能的に偶数と奇数の概念とその違いを認識するようになる」³⁶とも述べている。

このように教具を用いた手を使って行われる作業によって、量と数と数詞の関係が無理なく自然に理解できるように構成されている。

そして、本書ではこの3つの内容で「小学校入学前の学習は終了となる」(con questo, si chiude il periodo pre-elementare riguardo all'aritmetica)³⁷とまとめられている。

3) 編集者の評価

イタリア語版 *Psicoaritmetica* (1971, 2013)³⁸ の序論でGrazziniは、本書でモンテッソーリは「年齢に相応しい教科を教えるという伝統的な枠組みを崩すことが可能である (つまり必要である) ことを示した」³⁹と位置付けている。さらに、「『算数心理』(1934) の出版から40年が経過した今日、《抽象的思考は11歳ではなく7歳で始まる》、《論理的演算は6歳ではなく4歳で始まる》という記述が全

く一般的になっている」と述べて、「半世紀以上前から」モンテッソーリが「実証的に検証してきた子どもの並外れた潜在能力」が、1970代には一般的に理解されるまでになってきていることを指摘している⁴⁰。

また、本書で小学校における算数教育として位置付けられている内容が現代のモンテッソーリ教育では幼児期に行われていることがある。これについてGrazziniはモンテッソーリがこの出版以降1952年までにさらに研究を発展させ、内容を充実させた成果と示唆している⁴¹。

この点について英語版*Psychoarithmetic* (2016)の編集者であるBaker & Scoppolaは、専門的な読者はおそらく現在の実践と（モンテッソーリの）当初の提案との違いを認識するであろう。そして「この認識は実践の議論と再考につながるであろう」と問題提起している⁴²。

また、Bakerらは、本書の意義を多様な観点から指摘している。

まず、現代のアメリカではモンテッソーリの考え方や教材の多くがモンテッソーリ教育のクラスだけでなく、伝統的な学校で使用されるようになってきていること、さらに、神経科学の発展によって彼女の「観察と直感の大きな価値」が認識される時代にあることを指摘している⁴³。確かに、神経科学の発展によりモンテッソーリの理論が検証されていることが、今日のモンテッソーリの見直しの基盤になっている可能性もある。

さらに、彼らは「自発的な知覚に近い方法で子どもたちに算数の美しさを体験させねばならないということ。算数は決して暗記すべき手順のリストではない。頭で理解する前に、常に発見すべきものであり、手で気づくべきものである。当時としては革命的なこの一般原則（This general principle, revolutionary at the time）は、十分に実行されていないとしても、今日ではより一般的に受け入れられている」⁴⁴と述べて、子どもが自発的な知覚に近い形で、算数の美しさを体験し、手を用いて発見し、気づくことを重視するモンテッソーリ算数の原理とその普及の広がりを見出す。

また、感覚教具を土台にした算数教育、同じ教具を異なる年齢でも使用する効果、また、代数教育への移行や算数と幾何学とを関係づけた教育全体の特色についても指摘している。

また、Bakerらは、モンテッソーリ教育の自由と子どもの興味の重視、「構造化された多数の活動の

中から自分の仕事を自由に選択できる」という特色も述べている。

さらに、「教具が真の教師であり、エラーが学習手順の通常のステップであるという事実は、実際にはモンテッソーリの教育学の鍵となる原理（key principle）である。」⁴⁵

このように、エラーの学習上の位置づけ（エラーを通して真理を発見する）をモンテッソーリ教育の重要な原理として示している。

(3) 『子どもの発見』に見られる幼児の算数への興味

Psicoaritmética（算数心理）では、就学前の算数体験について大きく3つの活動でまとめられている。しかし、モンテッソーリはその後の実践や研究においてさらに、子どもの興味や活動に関して新たな記載をしている。

彼女は、小学校における教材として扱っていた教材に就学前の子どもが興味をもって取り組んだエピソードを『子どもの発見』（1952）の中で明らかにしている。

同著の中の「計算法の発展」において、立方体を構成するビーズがもともと小学生のために作られたことを示す記述がある⁴⁶。

「しばらくして、私は小学校に通うもっと年長の子どもたちのために教具を用意した。（この小学校では初めから、多くの優れた成果をあげた方法の適用範囲を広げる試みをしていた）それは、動かすことができ、幾何学的な形をした数を表すもので、いくつかの数を組み合わせることができる教具である。それはすばらしい教具で「ビーズの教具」と呼ばれた。」

ところが、これを4歳児が見てビーズの教具に大きな関心を寄せたことを彼女は観察し、次のように述べている。

「すると、4歳くらいの何人かの子どもたちが、このきらきら輝くもの、とても扱いやすく、持ち運べるものに引き付けられたようである。そして、驚くことに、大きい子が行っていたのを見たとおりに、この教具を使い始めた。その結果、数字を扱うこと、特に10進法に熱中するようになり、実際、算術の練習は子どもたちの好む作業の1つになった。」

「4歳児が1000までの数を作った。その後、5～6歳児では、実に目覚ましい発展を遂げ、現在では、6歳児が何千もの単位で四則計算ができるほどである。」

理解という意味では5歳、6歳の子どもの進歩は目覚ましいのだが、4歳児の興味関心が高く、最もひきつけられることをモンテッソーリがここで観察している。

もともと大きな子どものために準備した教材が幼い年齢の子どもの興味を引き付け当初のねらいとは異なる効果をもたらされたことが分かる。

例えば、*Psicoaritmética*では、扱う数を10までの制限内で行われるように抑制していたが、『子どもの発見』では、1000のビーズにも興味を持つ4歳児の様子が示されている。こうして小学校用に作られていた1000のビーズの教具が就学前にも用いられるようになったと考えられる。

また、『子どもの発見』の中では、 $(a+b+c)^3$ の解を示す三項式の立方体の教具に関して、3つの立方体 (a^3 と b^3 と c^3) を3人の王様に見立て、その他の直方体を従者や護衛兵に見立てた活動を行い、「4歳の子どもにとってこれほど魅力的なものはほかにない」と述べている。

さらに「5歳の子どもたちは、その後、王をa、b、c、と呼び、一つ一つの直方体をそれぞれが従属する王様の名に従って書く。そのことによってもし6歳なら確実に、〈三項式〉の立方体が表す代数学の式をその精神に蓄える」と述べている⁴⁷。

このように、モンテッソーリは実際の子どもの観察から子どもの興味が何歳から始まるのか、理解はどのように深まるのかを記載している。

さらに、「6歳児は教具を見ずに、三項式の3乗の代数公式を頭の中に留めている。様々なものの配置の視覚的記憶がそこに固定されているからである。これは実践の中で到達する可能性について確かな見解を与えてくれる⁴⁸と述べている。

4歳児で強い魅力を感じて始める教材との関わりが、5歳児では教具により深くなじみ、6歳児では教材から離れて、頭に記憶されている視覚的内容により理解が深まる様子が書かれている。幼児期において触ったり組み合わせたりして得られる体感や視覚的記憶を土台とした可能性を指摘している。

さらに、「算数と代数の原理の指導はすべて、記憶するのに役立つカードに書かれた数字と他の教具を使い、素晴らしい成果を導く。それは、算数の指導は完全に変えるべきであることを示している。具体物の認識に基づいた心の感覚的な準備 (*preparazione sensitiva della mente*) から始めることによって。」⁴⁹と述べて、数字カードや教具など

の具体物の認識を基にした感覚や体感が算数理解の土台となることを主張し、算数の指導を完全に変えるべきであるとまで述べている。加えて、それを土台として小学校の根本的な改革を次のように主張している⁵⁰。

「6歳の子どもたちは、公立学校に入学すると1, 2, 3を数えることから始まることに場違いのように感じてしまう。素晴らしい教育の発展を持続させるためには、小学校の抜本的な改革が必要不可欠なことは明らかである。」

モンテッソーリは、さらに続けて主張する。

「感覚がエネルギーに使われ、感覚がものを動かす手の動きに常に作用する活動的な教育法 (*metodo attivo*) に加えて、数学に対する子どもの心の特別な態度 (*particolari attitudini della mente infantile*) を考慮することも必要である。子どもたちは教具を離れるとすぐに、計算を書くことに意欲的になり、抽象的な頭脳の働き (*lavoro mentale astratto*) をするようになる。そして、暗算しようとするある種の自然で自発的な傾向を身に付ける。」

そして、このように幼児期から続く手や感覚を用いた活動で得た体感を重視していることに加え、「算数 (数学) に対する子どもの心の特別な態度」を理解することの重要性に触れ、さらに、それらが次の抽象的な頭脳の働きにつながることで、また、自然で自発的な傾向として次のステップに進むことを述べている。

そして、また、*Psicoaritmética*を刊行したのはそれまでの集大成としてであったが、その後の研究を通して、さらに、子どもの興味関心・発達に関する知見を得ていったことが理解できる。

モンテッソーリは幼児期における敏感期を発見した。

敏感期とは「幼児期に見られる特別な感受性である。それは長くは続かず、一定の特性を獲得することに限定される。ひとたびこの特性が発達すると、感受性はなくなる。このようにして、各特性は、つかの間の推進力と能力の助けにより確立される。」⁵¹

彼女は、算数分野に関しても幼児期の興味関心と吸収力を確認したと言える。この時期において適切な環境を整えることで子どもの自発的な探求が可能となり、吸収できるものはより大きく、定着率が高く、その後の成長発達に影響を与える面がある。

敏感性の高い就学前に算数に関する様々な体感や具体物を基にした明確な理解を得ることがその後の学習の基礎を形作ることになることを発見したと言える。

(4) 『子どもの心』に見られる興味の違いと異年齢教育

また、モンテッソーリは、別の晩年の著作『子どもの心』で、算数教育の異なる観点を示した。同年齢クラスではねたみやコンプレックスになる関わりが、導入している異年齢教育クラスであれば、プラスになることについて詳しく述べている⁵²。

「このような形式の自由によって、私たちはいろいろな年齢によってそれぞれに知性の様々な範囲があることを観察できる。このようにして私たちは、8歳～9歳の子どもが12～14歳の少年たちの作業を見守ることによって、平方根の出し方を理解したのを見た。同じようにして、8歳の子どもが代数学に興味を持つことがあるのに気づいた。進歩をもたらすのは年齢だけではない。周囲を注意してみる自由も進歩をもたらす。私たちの学校には活気がある。小さい子ども達は感激でいっぱいである。大きい子がやるのが『理解できる』からである。そして大きい子は、自分が知っていることを教えられるからである。子どもたちは劣等感というコンプレックスを感じることはない。心理的な力の交換によって、お互いに正常に育っていく」。

このように異年齢では年齢を超えた影響の与えあいとなり、大きな子どもの活動が低い年齢の子どもにも与える影響の大きさが指摘されている。そして、ここでも異年齢から学び自分で発見する子どもの姿が強調されている。

4. モンテッソーリ算数教育の実践と評価

モンテッソーリ教育の現場での子どもの動きはどのように描写されているか、また、モンテッソーリが発信した子どもの興味や活動について、どのようにそれを確認、追認しているかについて考察する。

現代におけるオーストラリアの教育学者Feeds, S.(2010)は実際のモンテッソーリ教育の実践の場(異年齢クラス)で見られた様々な年齢の子どもに関心と活動内容について言及している。まず、Feedsはモンテッソーリが観察したように、金ビーズに4歳児が大きな関心を寄せて作業に取り組む様子を次のように述べている⁵³。

「4歳のハリーはこの魅力的で活発な活動を見てきた。とうとう、自分で金ビーズの作業をする番がやってきた。前の数週間に他の子どもを観察することで準備してきた。彼の最初のレッスンよりも前から教具の使い方に精通している。今朝ハリーは始めるのを待ちきれなかった。教室に入り、ものを片付ける前に叫んだ。『ビーズをしよう!』最初に彼がすることは、大きなビーズの列とカードをすべて自分でセットすることである」。

このように、子どもが他の子どもの活動を観察して理解し、教材の使用法に精通した上で、強い興味を持って活動を開始することが表れている。

また、Feedsは5歳児2人が床に伸びたビーズの鎖を「スキップ数え」している様子や5歳児が全部で100のビーズをかけ算板に納めたあと、金ビーズの100の正方形を持ってきたことなどを観察している⁵⁴。

さらに、6歳～9歳児が様々な算数活動をする中で、年齢の枠を超えて各自が興味を見出し、教具を通して自ら法則を発見して次のステップに進むことや最初パズルとして使用していた分数の教材で、後に分数の名称を与えられ、分数を発見するプロセスも記録されている⁵⁵。

Feedsは、モンテッソーリの数学の教育法や教材は、「数学的なプロセスをすっかり変える方法」であり、「難しいと評判のものでもアクセスしやすく魅力的なものになる」と評価している。さらに、「モンテッソーリ教師養成コースを受けている間に、多くの受講生が驚く。例えば、自分が、桁数の多い割り算やかけ算、平方根の様々な細部に完全に夢中になれることを見出すからである」「私を驚かせ続けているのは、モンテッソーリ教育における数学の喜びです⁵⁶と述べ、モンテッソーリ法による数学教育が魅力的で夢中になれる喜びをもたらすと位置付けている。

さらに、数学の喜びはどのようにもたらされるかについて、Feedsは「教具を通して、数に関する様々な事実を自分で発見すること、差異、パターン、関係を自分で気づく喜びに出会う」と指摘し⁵⁷、自分で発見する場面を以下のように他にも多く示している。

「一連の演習で最初のもは具体的な対象物を用いる作業を通して新しい概念を導入する。続く活動はその概念を繰り返す、強化する。概念を心に留める方向へ、一歩ずつ子どもを導く。言い換えると子どもを抽象化へと導く。教師はこの道のり

において決して近道はしないが、子どもたちはしばしば自分自身で近道を発見し、自分の興味に従って自分の時間で飛躍的に進歩する。子どもたちは、一度概念を抽象的に把握すると、具体的な材料は必要がなくなる。」

このように具体物から抽象的概念が得られる過程において子どもによる発見が行われていることや、概念を抽象的に把握すると具体物が不要になることが示されている。

その他にも「1000の単位のカードには3つのゼロがあるのを発見する。」「例えば、2536を教材とカードの両方で、千のカードを下に一のカードを上にして、カードに数を順番に並べ、そして、すべてのカードを右にスライドさせることで、場所の価値の「魔法」を発見する」⁵⁸と言及している。

このように単位やくらいどりに関する場面での子ども自身による発見が示されている。

この他にも数学に関する子ども自身の力による発見の場面がさらに続いて示されている。

「子どもたちは具体的かつ精巧な教具をもちいて、数の事実 (facts) を自分自身で発見する」。「モンテッソーリ数学カリキュラムのいろいろな要素間では、数えきれないほど関係づけたり比較できたりする。子どもたちは、常に自分でそれらを見出す。そこにはしばしば本当の「分かった！」(ユーレカ！(eureka))の瞬間がある」⁵⁹。

このように、モンテッソーリの数学教材を通して幼児期児童期における子どもが様々な数学的事実を発見することが示されている。

まとめ

本稿においては、日本における数学嫌いという不利な立場の子どもの数学理解の不振を課題として、幼児教育が1つの重要な役割を果たすと考え、モンテッソーリの算数教育を取り上げ、幼児期における算数教育の在り方を考察した。その結果、以下のことが明らかになった。

モンテッソーリは、人間には正確さ、測定、比較に向かう傾向性があり、本来数学的知性、数学的心を持つという人間観、子ども観に立つ。子どもが「生き生きとした興味」を持ち「自由な選択」して活動することにより「内なる教え」(自己教育力)が発揮されて子どもが発達すると捉える。

幼児期における算数体験は、日常生活の練習や感覚練習において比較・分類活動を十分行った上で行われる。

数量や形の特性と法則性を自ら発見することに

つながる幼児期児童期を通しての教具体系がある。「数学の要素を具体的な方法で示して明確に理解できるようにする」や「あいまいな概念を正確なものにする」、「算数は頭で理解する前に常に発見すべきものであり、手で気づくべきものである」という考え方の下で作られている。「組み合わせ」、「分解」、「比較」等の活動を通して「知性が発達」し、「新たな発見」につながる。具体物を通して得た「明解な理解」が土台となり、後の抽象的な頭脳の働きにつながると示されている。

幼児期で使用される教具が児童期にもそれを異なる形や意味をもって(代数理解の土台としてなど)使用される場合もある。数学的思考の定着や発展の土台が吸収力の高い幼児期(敏感期)に形成される構造になっている。

このような理念、教具と方法を通して「子どもには到達し得ないと考えられてきた論理的な深みの発達」と「心理的発達」が形成されることを観察し、「算数ほど子どもを熱中させた教科はない」として、新たな子ども観、新たな数学観を示した。また、興味がより活性化する異年齢クラスで子どもは自分のペースで数学的事実を発見することができ、それが喜びにつながり、楽しい算数になっていることが現代の幼小の教育の場においても確認評価されている。

モンテッソーリ教育には子どもの生命の援助という理念があり、子どもを尊重し、子どもの自立、自律を支えることが教育の基本である。保育園や幼稚園、子ども園において以上のような体験が子どもの興味に沿って確保できれば、家庭環境の不利な立場の子どもの家庭での算数体験不足が埋め合わされ、また、数学嫌いという問題の低減につながるだけでなく、子どもの潜在能力をさらに引き出していく可能性がある。

<参考・引用文献>

- 1 国際数学・理科教育動向調査(TIMSS2019)のポイント
<https://www.nier.go.jp/timss/2019/point.pdf>
- 2 Feez Susan, (2010), *Montessori and Early Childhood*, SAGE, 129.
- 3 Montessori Maria (1934,1971, 2013), *Psicoaritmetica, L'aritmetica sviluppata secondo le indicazioni della psicologia infantile durante venticinque anni di esperienze*, Opera Nazionale Montessori.
- 4 岩崎淳子、渡辺恵津子(2019)「幼児期から小

- 学校入門期の接続を考慮した数量・図形の学び
(1) 経済的困難を抱えた子どもの学びを中心に」
教職課程センター紀要、第4号、大東文化大学、
45-56.
- ⁵ 同上、52、55.
- ⁶ 同上、55.
- ⁷ 榊原知美 (2014) 「5歳児の数量理解に対する保育者の援助－幼稚園での自然観察にもとづく検討」保育学研究 一般社団法人 日本保育学会52 (1)、19-30。
- ⁸ 『愛珠幼稚園の百年史』大阪市立愛珠幼稚園、1980年。
- ⁹ 福元真由美 (2016) 「戦後の保育における数学的な教育に関する研究の動向－1960～1970年代の『日本数学教育学会誌』を中心に」東京学芸大学紀要、総合教育科学系67(1)、東京学芸大学学術情報委員会、67-79。
- ¹⁰ 文部省『幼稚園教育要領』第2章自然、昭和39年。
- ¹¹ 福元、前掲、68-69。
- ¹² 同上、69、71。
- ¹³ 同上、70。
- ¹⁴ 石井昭子・岩田陽子 (1979) 『モンテッソーリ教育 理論と実践 (算数教育) 第4巻』学習研究社、9-10、14。
- ¹⁵ 福原史子・奥山清子 (2006) 「幼児期の「量」教育に関する研究－モンテッソーリ教育と幼稚園教育要領及び小学校学習指導要領との関わりを中心に」ノートルダム清心女子大学紀要. 人間生活学・児童学・食品栄養学編30(1)、46。
- ¹⁶ 福原史子・奥山清子 (2005) 「幼児期の数教育に関する研究－モンテッソーリ教育と幼稚園教育要領及び小学校学習指導要領との関わりを中心に」ノートルダム清心女子大学紀要. 人間生活学・児童学・食品栄養学編29(1)、27。
- ¹⁷ 野原由利子・村田尚子 (2015) 「モンテッソーリ教育における感性と知性の土台としての感覚教育の意義－幼児期から児童期の算数教育およびアート教育への発展を考察する」名古屋芸術大学研究紀要36、153-170。
- ¹⁸ 野原由利子 (2008) 「体験活動の中で獲得する数量概念とモンテッソーリ算数教具の活用について」名古屋芸術大学短期大学部研究紀要40、53-64。
- ¹⁹ Montessori Maria,(1909), *Il metodo della pedagogia scientifica applicato all'educazione infantile nelle case dei bambini*, Bretschneider.
- ²⁰ Montessori Maria (1934,2011), *Psicogeometria. Dattiloscritto inedito*, Opera Nazionale Montessori.
- ²¹ Montessori M.,*Psicoaritmetica*, op.cit.,1. 編者のグラツィーニによると、イタリア語版は単なるスペイン語版の翻訳ではなく、その後の多くの原文をもとに、テキストの更新や差し替えが行われた。p.X II.
- ²² *La mente del bambino*,では数学的心 (mente matematica) と表記している。これは、フランスの哲学者パスカルの言葉による。彼は「人間の精神は本来数学的である」しており、それは「ものごとの正確な理解によって知識と進歩がもたらされるという意味である」と紹介している。Montessori Maria, (1949, 1981), *La mente del bambino*, Garzanti, 183.
- ²³ Montessori M., *Psicoaritmetica*, op.cit, 1.
- ²⁴ Montessori Maria, (1938,1970), *Dall'infanzia all'adoldscenza*, Garzanti,144-145.
- ²⁵ Montessori M.,*Psicoaritmetica*,op.cit., 5-13.
- ²⁶ Montessori M.,*Il metodo della pedagogia scientifica*, op.cit.,263-273.
- ²⁷ Montessori M.,*Psicoaritmetica*,op.cit., 5,8,11,13.
- ²⁸ Ibid.,13.
- ²⁹ Ibid.,5-6.
- ³⁰ Ibid.,6.
- ³¹ Ibid.,7-8,11.
- ³² Ibid.,8.
- ³³ Ibid.,8-9.
- ³⁴ Ibid.,11.
- ³⁵ Ibid.,12.
- ³⁶ Ibid.
- ³⁷ Ibid.,13.
- ³⁸ Ibid.,VIII
- ³⁹ Ibid.,IX
- ⁴⁰ Ibid.,VIII
- ⁴¹ Ibid.,X IV.
- ⁴² Baker Kay&Scoppola Benedetto, Editor's Noto,in Montessori Maria (2013,1934) *Psychoarithmatic*, Kindle, English Edition, 219/5761.
- ⁴³ Ibid.,208,219/5761
- ⁴⁴ Ibid.,250,261/5761
- ⁴⁵ Ibid.,250/5761
- ⁴⁶ Montessori Maria, 1948(1970), *La scoperta del bambino*, Garzanti,301-302/モンテッソーリ著中村勇訳 (2003) 『子どもの発見』日本モンテッソーリ教育総合研究所、330-331。

⁴⁷ Ibid.,303/ 同上、332。

⁴⁸ Ibid.,302/ 同上、332-333。

⁴⁹ Ibid.,304.

⁵⁰ Ibid.

⁵¹ Montessori Maria (1950,1999) *Il segreto dell'infanzia*, Garzanti,52./モンテッソーリ著中村勇訳『幼児の秘密』日本モンテッソーリ教育総合研究所、51.

⁵² Montessori M.,*La mente del bambino*, op.cit., 226-227/モンテッソーリ『子どもの精神』前掲書, 256。

⁵³ Feez S.,(2010), op.cit.,137.Ibid., 137.

⁵⁴ Ibid.

⁵⁵ Ibid., 140.

⁵⁶ Ibid.,128.

⁵⁷ Ibid.,

⁵⁸ Ibid., 136.

⁵⁹ Ibid.,139,140.

